

Klausur Mathematik 1 im Studiengang Wirtschaftsinformatik

Sommersemester 2011

Zugelassene Hilfsmittel: selbst erstellte Formelsammlung (10 DIN A4 Seiten), Taschenrechner (ohne Grafikfunktion, nicht programmierbar). Der Lösungsweg und die Berechnungen müssen nachvollziehbar sein.

Bearbeitungszeit: 120 Minuten, Gesamtpunktzahl: 100

Aufgabe 1: 10 Punkte

Von 200 Teilnehmern eines Sportfestes nahmen 60 Sportler am 100 m Sprint, 100 Sportler am Weitsprung und 120 Sportler am 800 m Mittelstreckenlauf teil. 30 Sportler absolvierten sowohl den Sprint als auch den Weitsprung, 20 Sportler nahmen an den beiden Laufwettbewerben teil und 50 Sportler versuchten sich im Weitsprung sowie im Mittelstreckenlauf.

- a) Wie viele Sportler nahmen an allen drei Wettbewerben teil?
 b) Wie viele Sportler absolvierten ausschließlich den Mittelstreckenlauf?

Aufgabe 2: 10 Punkte

- (a) Stellen Sie die Dezimalzahl 111 im Zahlensystem zur Basis 3 dar.
 (b) Addieren Sie zu der in Teil a bestimmten Dreiersystemzahl die Dreiersystemzahl 221 und geben Sie das Ergebnis als Dreiersystemzahl an.
 (c) Überprüfen Sie Ihre Rechnung aus Aufgabenteil (b) im Dezimalsystem.

Aufgabe 3: 8 Punkte

Berechnen Sie die Lösungsmenge der folgenden Betragsungleichung:

$$2x + 4 \leq |4x - 4|$$

Aufgabe 4: 13 Punkte

Gegeben seien die Mengen $A = \{v, x, y, z\}$, $B = \{!, \$, ?, \%\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ und die Relation $R \subseteq A \times B$ und $S \subseteq B \times C$ mit:

$$R = \{(v, ?), (x, \%), (y, !), (z, \$)\}$$

$$S = \{(!, 1), (\$, 1), (?, 2), (?, 3)\}$$

- (a) Zeichnen Sie die Relationsgraphen.
 (b) Untersuchen Sie für R und S , ob diese Relationen Abbildungen sind.
 (c) Falls R , S Abbildungen sind, untersuchen Sie, ob R , S injektiv (bzw. linkseindeutig), surjektiv (bzw. rechtsvollständig) oder bijektiv sind.
 (d) Konstruieren Sie die Komposition der Relationen $R \circ S$ (d.h. $R \circ S = \{(a, c) \in A \times C \mid \exists b \in B : aRb \wedge bSc\}$) und geben Sie diese in der Mengendarstellung an (siehe oben die Darstellung für R und S).

Aufgabe 5: 12 Punkte

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion **eine** der beiden Aussagen:

a) $\sum_{i=2}^n (i-2) = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$

b) $5^{2(n-1)} - 1$ ist teilbar durch 4

(Wählen Sie zwischen Aufgabenteil a) und b) und bearbeiten Sie nur einen der Induktionsbeweise!)

Aufgabe 6: 15 Punkte

Ein Kredit in Höhe von 2000 € soll durch zwei Zahlungen von 1000 € nach einem Jahr und 1150 € nach einem weiteren Jahr zurückgezahlt werden.

- Zeigen Sie, dass bei exponentieller Verzinsung zu 10 % p. a. keine Äquivalenz zwischen Leistung und Gegenleistung vorliegt.
 - Welcher Zinssatz muss gewählt werden, damit Leistung und Gegenleistung äquivalent sind?
 - Wie müsste die Abschlusszahlung von 1150 € verändert werden, damit bei einer Verzinsung zu 10 % p. a. Äquivalenz zwischen Leistung und Gegenleistung vorliegt?
-

Aufgabe 7: 16 Punkte

In einem zweistufigen Produktionsprozess werden aus den Rohstoffen R_1, R_2, R_3 die Zwischenprodukte Z_1, Z_2, Z_3 und daraus die Endprodukte E_1, E_2, E_3 hergestellt.

Für die Herstellung einer Produktionseinheit (PE) Z_1 werden 1 Mengeneinheit (ME) von R_1 und 1 ME von R_3 , für eine PE von Z_2 werden 2 ME von R_2 und für eine PE von Z_3 werden 1 ME von R_2 und 1 ME von R_3 benötigt.

Weiterhin gehen 1 PE von Z_1 und 1 PE von Z_3 in die Herstellung einer Tonne des Endprodukts E_1 sowie 2 PE von Z_2 in die Produktion von einer Tonne E_2 und 2 PE von Z_1 , 2 PE von Z_2 und 1 PE von Z_3 in die Produktion von einer Tonne E_3 ein.

- Berechnen Sie die Produktionsmatrix der Gesamtproduktion.
 - Berechnen Sie den Rohstoffbedarf zur Produktion von 10 Tonnen E_1 , 20 Tonnen E_2 und 10 Tonnen E_3 .
 - Wie viele Tonnen E_1, E_2 und E_3 werden produziert, wenn 5 ME von R_1 , 15 ME von R_2 und 8 ME von R_3 vollständig verbraucht werden sollen?
-

Aufgabe 8: 16 Punkte

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem (LGS)

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 3x_3 &= 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 &= -2 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 &= 4 \end{aligned}$$

- Formulieren Sie das LGS in der Form $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$. Geben Sie A und \vec{b} an.
 - Berechnen Sie die Determinante von A . Welche Aussage können Sie mit Hilfe des Ergebnisses über die Lösbarkeit des LGS machen?
 - Bestimmen Sie die Lösung des LGS. Kontrollieren Sie Ihr Ergebnis mit Hilfe einer Probe.
-

Viel Erfolg